Sulle eccezioni alla Congettura di Goldbach III

Premessa terminologica

Con l'espressione "quasi tutti", riferita a un insieme infinito di numeri interi, si intenderà "tutti eccetto una quantità finita".

Ipotesi A

Per quasi tutti i numeri pari Npa di tipo 2 P1, esiste almeno un elemento dell'Insieme G1 del tipo (Px + Py) tale per cui 2 P1 = (Px + Py).

Tentativo di dimostrazione dell'Ipotesi A

Si prenda in considerazione il Teorema di Bertrand-Goldbach (enunciato e dimostrazione si trovano in http://www.dimostriamogoldbach.it/it/strategia-fattorizzazione/), in base alla quale possiamo affermare, per ogni numero pari Npa che

$$Npa = P' + Cp$$

Dove P1 è compreso fra 2x = Npa ed x, mentre Cp è un numero coprimo con Npa. In base a tale Teorema, se esiste un eccezione alla Congettura di Goldbach, essa può essere espressa appunto come Npa = P' + Cp, dove il numero coprimo non è un numero primo rispetto ad Npa, ma un normale numero dispari Nd.
Prendendo i numeri del tipo 2 P1, in quanto comunque normali numeri pari Npa, avremmo

$$Npa = P' + Cp$$
$$Npa = P' + Nd$$
$$2\ P1 = P' + Nd$$

Più grande è il numero 2 P1 preso in esame, non sembrerebbe che ciò sia possibile, in quanto si affermerebbe, per quanto detto sopra, che i numeri 2 P1 sarebbero eccezioni alla Congettura di Goldbach, il che ovviamente non è vero: va comunque fatto notare che l'originaria formulazione del Teorema di Bertrand-Goldbach rimarrebbe ancora valida, e cioè che 2 P1 = P' + Nd = Px + Py.
Come si vede, da questo ragionamento sembrerebbe concludersi che, per ogni numero pari Npa di tipo 2 P1, esiste quasi sempre almeno un elemento dell'Insieme G1 (Px + Py) tale per cui 2 P1 = (Px + Py).

Ipotesi B

Nella Proposizione 09, dove si afferma che, per numeri pari Npa sufficientemente grandi, Npa = 2 P1 + P2 + P3, almeno uno fra P1, P2 e P3 è un numero primo decidibile a propria libera scelta, ed inoltre tale numero primo non è mai il P1 che compare in 2 P1.

Commento all'Ipotesi B

E' possibile dimostrare che, in Npa = 2 P1 + P2 + 3, il 2 P1 ed il P2 sono effettivamente distinti, cioè che, per numeri Npa sufficientemente grandi, il P1 che compare in 2 P1, ed il P2 sono numeri primi diversi, così come il fatto che, nell'Insieme G2, almeno uno dei quattro numeri primi coinvolti nella formula Npa = Px + Py + Pz + Pk è un numero primo decidibile a propria libera scelta: è intenzione, nel recente futuro, di rendere noto questo passaggio.

Proposizione 01

Estremi compresi, fra x e 0, dove x è uguale o superiore a 4, c'è sempre un numero del tipo 2 P1. Ogni numeri pari Npa uguale o superiore a 10 può essere inteso come Npa = 2 P1 + Npa', dove il numero 2 P1 è compreso fra x e 0, con 2x = Npa.

Dimostrazione

Si prenda il più piccolo numero di tipo 2 P1, cioè il numero 4, e si sottragga 4 al numero 10, ovviamente si ottiene che

$$10 - 6 = 4$$

Ai nostri fini, ciò può essere inteso come

$$\begin{gathered} 10 - 6 = 4 \\ 10 - 2\ P1 = Npa \\ 10 = 2\ P1 + Npa \\ Npa = 2\ P1 + Npa' \end{gathered}$$

Chiaramente, questo ragionamento può essere ripetuto per qualsiasi numero Npa, esistendo sempre almeno un numero 2 P1 compreso fra x e 0, con 2x = Npa, che sottratto al numero Npa preso in considerazione, dia un numero pari Npa'.
Come si vede, "*Estremi compresi, fra x e 0 c'è sempre un numero del tipo 2 P1, ed ogni numeri pari Npa uguale o superiore a 10 può essere inteso come Npa = 2 P1 + Npa', dove il numero 2 P1 è compreso fra x e 0, con 2x = Npa*". - CVD

Proposizione 02

Per ogni elemento dell'Insieme G2, almeno uno dei due elementi componenti appartenenti all'Insieme G1 è compreso fra x e 2x, dove 2x è il numero pari Npa uguale o superiore a 8 preso in considerazione.

Dimostrazione

Per ogni numero pari Npa uguale o superiore ad 8, esiste almeno un elemento dell'Insieme G2 tale per cui

$$Npa = (Px + Py) + (Pz + Pk)$$

Per quanto detto in "*Sulle eccezioni alla Congettura di Goldbach*", essendo (Px + Py) e (Pz + Pk) due elementi appartenenti all'Insieme G1, essi danno luogo a due numeri pari, e quindi

$$\begin{gathered} Npa = (Px + Py) + (Pz + Pk) \\ Npa = (Npa') + (Npa'') \end{gathered}$$

Ciò perché nessun numero può essere inteso come la somma di due numeri, senza che almeno uno dei due addendi non sia compreso fra x e 2x rispetto al numero preso in esame, altresì la somma sarebbe sempre inferiore al numero preso in considerazione.
Come si vede, "*Per ogni elemento dell'Insieme G2, almeno uno dei due elementi componenti appartenenti all'Insieme G1 è compreso fra x e 2x, dove 2x è il numero pari Npa uguale o superiore a 8 preso in considerazione*". - CVD

Proposizione 03

Fra x e 2x, dove 2x è uguale al numero pari Npa uguale o superiore ad 8 preso in considerazione, c'è almeno un elemento dell'Insieme G1.

Dimostrazione

Per la Proposizione 02, per ogni elemento dell'Insieme G2, almeno uno dei due elementi componenti appartenenti all'Insieme G1 è compreso fra x e 2x, dove 2x è il numero pari Npa uguale o superiore ad 8 preso in considerazione: inoltre, per la dimostrazione di H. Helfgott, non esiste un numero pari Npa, purché uguale o superiore ad 8, che non sia intendibile come somma di quattro numeri primi.
Come si vede, "*Fra x e 2x, dove 2x è uguale al numero pari Npa uguale o superiore ad 8 preso in considerazione, c'è almeno un elemento dell'Insieme G1*". - CVD

Proposizione 04

Supponendo vera l'Ipotesi A*, allora tra x e 2x, dove 2x è uguale al numero pari Npa uguale o superiore ad 8 preso in considerazione, c'è quasi sempre almeno un elemento dell'Insieme G1 di tipo (P1 + P2).*

Dimostrazione

L'Insieme G1 contiene solamente due tipi di elementi: numeri pari del tipo (2 P1), e numeri pari del tipo (P1 + P2). Per la Proposizione 03, fra x e 2x, dove 2x è uguale al numero pari Npa uguale o superiore ad 8 preso in considerazione, c'è almeno un elemento dell'Insieme G1: ciò significa che tale elemento può essere o del tipo 2 P1, o del tipo (P1 + P2). Pertanto:

- Se è del tipo (P1 + P2), si è dimostrata la Proposizione 04;
- Se è del tipo (2 P1), **supponendo vera l'Ipotesi A**, possiamo affermare che, al netto di un possibile numero finito di casi contrari, abbiamo quasi sempre un numero (Px + Py) tale per cui 2 P1 = (Px + Py).

Ora, per il Teorema fondamentale dell'aritmetica, ogni numero che non sia 1 o un numero primo può essere espresso in maniera univoca, prescindendo dall'ordine, come prodotto fra numeri primi: **supponendo vera l'Ipotesi A**, se il numero di partenza è sufficientemente grande esisteranno almeno due rappresentazioni, per cui, se una è del tipo 2 P1, proprio per l'univocità della scomposizione in fattori primi, l'altra deve essere del tipo P1 + P2.
Come si vede, "*Fra x e 2x, dove 2x è uguale al numero pari Npa uguale o superiore ad 8 preso in considerazione, c'è quasi sempre almeno un elemento dell'Insieme G1 di tipo (P1 + P2)*". - CVD

Proposizione 05

Tutti i numeri pari Npa uguali o superiori a 12 sono intendibili come Npa = (P1 + P2) + (Px + Py).

Dimostrazione

Per la dimostrazione del Teorema debole di Goldbach di H. Helfgott, ogni numero pari uguale o superiore ad 10 è interpretabile come Npa = (Px + Py) + (Pz + Pk).
In base a quanto detto in "*Sulle eccezioni alla Congettura di Goldbach II*", per ogni elemento

nell'Insieme G2 è condizione necessaria ma non sufficiente un elemento dell'Insieme G1 del tipo (P1 + P2), pertanto abbiamo che

$$(Npa = (Px + Py) + (Pz + Pk)) \rightarrow (Npa = (P1 + P2) + (Pz + Pk))$$

Come si vede, "T*utti i numeri pari Npa uguali o superiori a 12 sono intendibili come Npa = (P1 + P2) + (Px + Py)"*. - CVD

Proposizione 06

Quasi ogni numero pari Npa è intendibile come Npa = 2 P1 + (Px + Py).

Dimostrazione

E' possibile stimare i numeri di tipo 2 P1 compresi fra 0 ed il numero Npa preso in considerazione, tramite il Teorema dei numeri primi: infatti, stimare quanti numeri primi sono compresi fra 0 ed il numero Npa preso in considerazione, in pratica equivale a stimare quanti numeri del tipo 2 P1 sono presenti fra 0 ed il numero x = Npa/2, dato che ogni numero primo P1 compreso tra 0 ed il numero x è associabile ad un numero della forma 2 P1 compreso tra 0 e 2x = Npa e, viceversa, ogni numero della forma 2 P1 compreso tra 0 e 2x è a sua volta associabile ad un numero primo P1 compreso tra 0 ed il numero x.
Trattandosi di una corrispondenza biunivoca, l'Insieme dei numeri primi compresi fra 0 ed x e l'Insieme dei numeri della forma 2 P1 compresi fra 0 e 2x hanno la stessa cardinalità e, dato che entrambi sono insiemi numerabili, per il noto teorema dell'insiemistica, hanno anche lo stesso numero di elementi.
Inoltre, è ovviamente possibile stimare quante eccezioni alla Congettura di Goldbach ci sono comprese fra 0 ed il numero pari Npa preso in considerazione, tramite la dimostrazione di Wen Chao Lu, "*Exceptional set of Goldbach number"*, il cui abstract ne sintetizza il risultato: "*Let E(x) denote the number of even numbers not exceeding x which cannot be written as a sum of two primes. In this paper we obtain E(x) << x to the 0.879".*
Se, ad es., si prende il numero 1000, da calcolatrice, 1000 / Ln (1000) è circa uguale a 144,92: ciò significherebbe che il Teorema dei numeri primi stima che ci sono circa centoquarantaquattro numeri primi compresi fra 0 e 1000, e quindi altrettanti numeri di tipo 2 P1 compresi fra 0 e 2000. Invece, secondo la stima di Wen Chao Lu, ci sarebbero circa settecentonovantasette possibili eccezioni alla Congettura comprese fra 0 e 2000.
In pratica, se fra 0 e 2000 abbiamo circa centoquarantaquattro numeri di tipo 2 P1, ciò vuol dire che 2000 può essere scritto in circa centoquarantaquattro modi diversi come 2000 = 2 P1 + Npa, e quindi abbiamo, a loro volta, circa centoquarantaquattro numeri pari Npa che rendono vera l'espressione 2000 = 2 P1 + Npa: la stima di Wen Chao Lu ci dice che ci sarebbero circa settecentonovantasette possibili eccezioni alla Congettura comprese fra 0 e 2000: in questo caso, pertanto, avremmo più eccezioni alla Congettura di Goldbach che numeri di tipo 2 P1 compresi fra 0 ed il numero 2x = Npa = 2000 preso in considerazione.
Ma se, crescendo il numero Npa preso in considerazione, il numero di scritture come Npa = 2 P1 + Npa fosse maggiore rispetto al numero di eccezioni alla Congettura di Goldbach possibili comprese fra 0 e 2x, per forza di cose almeno uno degli Npa deve essere una conferma alla Congettura, proprio perché non può essere una eccezione e, per il terzo escluso, ogni numero singolarmente preso, purché uguale o superiore a 4, può solamente essere o una conferma od un eccezione alla Congettura (e, naturalmente, non potendo essere un eccezione alla Congettura, sarebbe per forza una conferma).
Questo il caso specifico di 2000, ma è noto, da risultati di analisi matematica, che più grande è il numero x preso in considerazione, e più il risultato di x/(ln x) cresce più velocemente di 2x elevato alla 0.879 (più in generale, sembrerebbe che x/(ln x) cresca più velocemente di qualunque potenza

di x con esponente minore di 1).
Come si vede, "*Quasi ogni numero pari Npa è intendibile come Npa = 2 P1 + (Px + Py)*". - *CVD*

Commento alla Proposizione 06

Per il prosieguo del discorso, è importante far notare che il ragionamento della *Proposizione 06* può essere rafforzato per dimostrare che il 2 P1 di Npa = 2 P1 + (Px + Py) è compreso fra 2x = Npa ed x.
Il Team di *Dimostriamogoldbach!* ha gentilmente fatto notare quanto segue:

"Sostanzialmente, invece di stimare il numero di primi tra 0 e x con la formula x / (ln x), si dovrebbe stimare il numero di primi compresi tra x/2 e x. A grandi linee, si potrebbe procedere come segue:

numero di 2 P1 compresi tra x e 2x = numero di primi compresi tra x/2 e x = (numero di primi minori o uguali a x) - (numero di primi minori o uguali a x/2) =

x / (ln x) - (x/2) / (ln x/2) =
x / (ln x) - (1/2) x / (ln x - ln 2) >= [per x sufficientemente grande]
x / (ln x) - (1/2) x / (3/4 ln x) =
x / (ln x) - (2/3) x / (ln x) =
1/3 x / (ln x)

per cui i ragionamenti successivi varrebbero comunque: il fattore 1/3 non cambierebbe la sostanza."

Proposizione 07

Più grande è il numero pari Npa preso in esame, più il numero degli elementi dell'Insieme G2 algebricamente associabili ad un numero pari Npa uguale o superiore ad 8, tende ad infinito (inoltre non esistono casi contrari).

Dimostrazione

Come conseguenza dei metodi utilizzati nella dimostrazione della *Proposizione 06* è possibile anche dimostrare che le scritture di un numero Npa come Npa = (Px + Py) + (Pz + Pk) tendono a crescere illimitatamente man mano che il numero Npa preso in esame diventa sempre più grande: infatti, se, come si diceva alla *Proposizione 07*, (x/ln x) cresce più rapidamente di x elevato alla 0,879, e poiché esistono infiniti numeri primi compresi fra 0 ed il numero x, man mano che il numero x preso in considerazione diventa sempre più grande, in conseguenza del fatto che la differenza tra il numero dei possibili 2P1 e il numero massimo di eccezioni tende ad infinito, trattandosi di due ordini di infinito diversi, ciò significa che il numero di scritture di un numero Npa come Npa = (Px + Py) + (Pz + Pk) tendono ad infinito, e più specificatamente, nel caso in esame tenderebbero ad infinito le scritture del tipo Npa = 2 P1 + (Px + Py). Infine, per la dimostrazione del Teorema debole di Goldbach di H. Helfgott, non possono esistere casi contrari.
Come si vede, "*Più grande è il numero pari Npa preso in esame, più il numero degli elementi dell'Insieme G2 algebricamente associabili ad un numero pari Npa uguale o superiore ad 8, tende ad infinito (inoltre non esistono casi contrari)*". - CVD

Proposizione 08

Supponendo vera l'Ipotesi A*, quasi ogni numero pari Npa può essere inteso come Npa = (P1 +*

P2) + (Px + Py), dove è possibile affermare, per l'elemento (P1 + P2), che (P1 + P2) = 2 P'.

Dimostrazione

Si tengano a mente i seguenti presupposti:

1. Per la *Proposizione 05,* possiamo affermare che *“Tutti i numeri pari Npa uguali o superiori a 12, sono intendibili come Npa = (P1 + P2) + (Px + Py)”;*
2. **Supponendo vera l'Ipotesi A**, *“Per quasi tutti i numeri pari Npa di tipo 2 P1, esiste almeno un elemento dell'Insieme G1 del tipo (Px + Py) tale per cui 2 P1 = (Px + Py)”,* che per la dimostrazione della *Proposizione 05,* permette di affermare che 2 P1 = (Px + Py) = (P' + P");
3. Per la Proposizione 01, possiamo affermare che “e*stremi compresi, fra x e 0, dove x è uguale o superiore a 4, c'è sempre un numero del tipo 2 P1. Ogni numeri pari Npa uguale o superiore a 10 può essere inteso come Npa = 2 P1 + Npa', dove il numero 2 P1 è compreso fra x e 0, con 2x = Npa”,* e similmente per quanto detto in “*Sulle eccezioni alla Congettura di Goldbach II*”, possiamo affermare che fra x e 2x = Npa c'è almeno un numero pari di tipo 2 P1;
4. Per la *Proposizione 06*, possiamo affermare che “q*uasi ogni numero pari Npa è intendibile come Npa = 2 P1 + (Px + Py)”;*
5. Per la *Proposizione 07,* possiamo affermare che *“Più grande è il numero pari Npa preso in esame, più il numero degli elementi dell'Insieme G2 algebricamente associabili ad un numero pari Npa uguale o superiore ad 8, tende ad infinito (inoltre non esistono casi contrari)”.*

A partire da questi presupposti, è possibile ragionare come segue.
Poiché è possibile affermare che quasi tutti i numeri pari Npa possono essere intesi come Npa = 2 P1 + (Px + Py), ed è altrettanto possibile affermare che tutti i numeri pari Npa uguali o superiori a 12 possono essere intesi come Npa = (P1 + P2) + (Px + Py), questi due metodi di scrittura si devono per forza di cose incontrare quasi sempre, **se si suppone vera l'Ipotesi A**, perché quasi sempre si può affermare che un numero 2 P1 può essere inteso come 2 P1 = P' + P", e perché fra 2x = Npa ed x c'è sempre almeno un numero pari di tipo 2 P1, e lo stesso accade fra x e 0, con 2x sempre uguale ad Npa.
Come si vede, “*Quasi ogni numero pari Npa può essere inteso come Npa = (P1 + P2) + (Px + Py), dove l'elemento è possibile affermare, per l'elemento (P1 + P2), che (P1 + P2) = 2 P' ”*. - CVD

Proposizione 09

Supponendo vera l'Ipotesi A*, quasi ogni numero pari Npa può essere inteso come Npa = (2 P1) + (P2 + P3), o, il che è lo stesso, quasi ogni numero pari Npa del tipo Npa = (P1 + P2) + (P3 + P4) trova un corrispettivo come Npa = (2 P1) + (P2 + P3).*

Dimostrazione

Per la *Proposizione 08* ed il suo *Corollario*, quasi tutti i numeri pari Npa possono essere intesi come Npa = 2 P1 + (Px + Py), dove il numero 2 P1 è compreso fra 2x = Npa ed x: pertanto, l'altro elemento dell'Insieme G1 cioè (Px + Py), o si trova anch'esso fra 2x = Npa ed x, oppure fra x e 0, con sempre 2x = Npa.
Nel primo caso, cioè quello in cui l'elemento (Px + Py) si trova fra 2x = Npa ed x, tale situazione è possibile solamente quando (Px + Py) è uguale, numericamente parlando, al numero 2 P1: infatti, se così non fosse, il numero risultante dalla somma sarebbe maggiore del numero Npa preso in considerazione (si tratterebbe pertanto solamente di casi come 20 = 10 + 10 = (5 +5) + (7 + 3)).
Ma come si è detto nella *Dimostrazione* della *Proposizione 04*, un numero 2 P1 ammette altre

scritture come somma di due numeri primi solo nella forma (P' + P"), ed ovviamente P1 di 2 P1, P' e P" sono necessariamente distinti fra loro.
Nel secondo caso, cioè quello in cui il (Px + Py) si trova fra x e 0, con sempre 2x = Npa, poiché, per quanto detto in "*Sulle eccezioni alla Congettura di Goldbach*", (Px + Py) è un elemento dell'Insieme G1, esso può essere o di tipo (P' + P") oppure di tipo 2 P':

- Se l'elemento è di tipo (P' + P"), essendo tale elemento dell'Insieme G1 compreso fra x e 0 rispetto a Npa = 2x, P' e P" sono necessariamente distinti dal P1 di 2 P1;
- Se l'elemento è di tipo (2 P'), **supponendo vera l'Ipotesi A**, esso è quasi sempre intendibile come (P' + P"): ed essendo anch'esso compreso fra x e 0, con 2x = Npa, anche in questo caso P' e P" sono necessariamente distinti dal P1 di 2 P1.

Come si vede, **supponendo vera l'Ipotesi A**, *quasi ogni numero pari Npa può essere inteso come Npa = (2 P1) + (P2 + P3), o, il che è lo stesso, quasi ogni numero pari Npa del tipo Npa = (P1 + P2) + (P3 + P4) trova un corrispettivo come Npa = (2 P1) + (P2 + P3).* - CVD

Proposizione 10

Supponendo vera l'Ipotesi B*, quasi ogni numero dispari Nd può essere inteso come Nd = 2 P1 + P2.*

Dimostrazione

Supponendo vera l'Ipotesi B, ogni numero pari Npa può essere scritto come Npa = 2 P1 + P2 + 3.
Come già fatto in "*Sulle eccezioni alla Congettura di Goldbach II*", se si sottrae 3 al numero pari Npa sufficientemente grande per cui è lecito affermare che Npa = 2 P1 + P2 + 3, si ottengono quasi tutti i numeri dispari corrispondenti. Infatti:

Npa = 2 P1 + P2 + 3
Npa - 3 = 2 P1 + P2
Npa – 3 = 2 P1 + P2
Nd = 2 P1 + P2

In pratica, se 30 fosse il numero pari Npa sufficientemente grande da cui poter affermare che quasi tutti i numeri pari Npa possono essere scritti come Npa = 2 P1 + P2 + 3, sottraendo 3 a 30 abbiamo 27, sottraendo 3 a 32 abbiamo 29, sottraendo 3 a 34 abbiamo 31, e così via, ottenendo quasi tutti i numeri dispari Nd.
Come si vede, ***supponendo vera l'Ipotesi B,*** *quasi ogni numero dispari Nd può essere inteso come Nd = 2 P1 + P2.* – CVD.

Proposizione 11

Supponendo vera l'Ipotesi B*, più grande è il numero pari Npa preso in esame, e più quasi ogni numero pari Npa può essere inteso come Npa = P1 + (2 P2 + 1).*

Dimostrazione

Per la *Proposizione 10*, quasi ogni numero dispari Nd può essere inteso come Nd = 2 P1 + P2: pertanto, passando ai numeri pari aggiungendo 1, anziché 3, abbiamo

Nd = 2 P1 + P2

$$Nd + 1 = 2\ P1 + P2 + 1$$
$$Npa = 2\ P1 + P2 + 1$$
$$Npa = P1 + (2\ P2 + 1)$$

Come si vede, ***supponendo vera l'Ipotesi B****, più grande è il numero pari Npa preso in esame, e più quasi ogni numero pari Npa può essere inteso come Npa = P1 + (2 P2 + 1).* - CVD

Proposizione 12

Supponendo vera l'Ipotesi B, *quasi ogni eccezione alla Congettura di Goldbach può essere espressa come Npa = P1 + (2 P2 + 1), e quasi ogni numero pari Npa può essere inteso o come Npa = Px + Py, o come Npa = P1 + (2 P2 + 1).*

Dimostrazione

Ogni numero pari Npa uguale o superiore a 4 è o una conferma della Congettura di Goldbach, ed allora tale numero pari Npa può essere inteso come Npa = (Px + Py), o è un'eccezione alla Congettura di Goldbach: più grande è il numero pari Npa preso in esame, se esiste almeno un numero pari Npa che è un'eccezione alla Congettura di Goldbach, per la Proposizione 11 tale numero può essere inteso come Npa = P1 + (2 P1 + 1).
Pertanto, per Npa sufficientemente grande, ogni numero pari Npa può essere espresso o come Npa = (P1 + P2), o come Npa = P1 + (2 P2 + 1).
Come si vede, ***supponendo vera l'Ipotesi B,*** *quasi ogni eccezione alla Congettura di Goldbach può essere espressa come Npa = P1 + (2 P2 + 1), e quasi ogni numero pari Npa può essere inteso o come Npa = Px + Py, o come Npa = P1 + (2 P2 + 1).* - CVD

Commento alla Proposizione 12

La Proposizione 12, può essere considerata uno dei risultati più importanti ottenuti dai tentativi del sottoscritto: come si vede, è più potente del Teorema di Yamada-Chen. Non di meno, potrebbero emergere alcuni motivi di insoddisfazione, a livello generale.

Un primo motivo di insoddisfazione, è che la formula Npa = P1 + (2 P2 + 1), essendo indipendente dalla Congettura di Goldbach, cosa positiva se si vuole cercare di identificare possibili eccezioni, non di meno può creare problemi se si vuole provare perseguire una dimostrazione a partire da essa. A tal proposito, si fa notare che questo problema è arginabile prendendo la formula Npa = Px + (P1 + P2 + 1), chiaramente derivata da Nd = Px + (P1 + P2), dimostrata in *"Sulle eccezioni alla Congettura di Goldbach II"*. In teoria, se la Congettura di Goldbach è vera, (P1 + P2 + 1) può sempre essere un numero primo, e questo per ogni numero pari;
Un secondo motivo di insoddisfazione, è legato al fatto che Npa = P1 + (2 P2 + 1) si esprime tramite linguaggio additivo, invece che moltiplicativo, come fa il Teorema di Yamada-Chen: purtroppo, le attuali tecniche sono largamente implementate su base moltiplicativa, cioè legate al Teorema fondamentale dell'aritmetica, in quanto esso è dimostrato, mentre usare una base additiva, basata sulla Congettura di Goldbach, quando, a parte per i numeri dispari, essa non è ancora dimostrata, non sembra offre un margine utile di lavoro.

Proposizione 13

Supponendo vera l'Ipotesi B, *la Proposizione 12 è indipendente dalla Congettura di Goldbach: esiste cioè almeno un numero pari Npa tale per cui, in Npa = P1 + (2 P2 + 1), il numero (2 P2 + 1) è un normale numero dispari Nd, e non un numero primo.*

Dimostrazione

Questo è un controllo empirico della formula Npa = P1 + (2 P2 + 1) fatto sui numeri pari da 8 fino a 100.
Tale controllo è stato realizzato, nei casi regolari, con lo strumento che si trova in (http://www.dimostriamogoldbach.it/it/visualizzatore-coppie-goldbach/), mentre nei casi non regolari, segnalati in rosso, si è usata una lista di numeri primi, che si trova in (https://it.wikipedia.org/wiki/Lista_di_numeri_primi), e poi fatto il controllo con una normale calcolatrice:

8 = 3 + (2 + 2 + 1)
10 = 5 + (2 + 2 + 1)
12 = 7 + (2 + 2 +1)
14 = 3 + (5 + 5 + 1)
16 = 11 + (2 + 2 + 1)
18 = 11 + (3 + 3 + 1)
20 = 13 + (3 + 3 + 1)
22 = 17 + (2 + 2 + 1)
24 = 17 + (3 + 3 + 1)
26 = 19 + (3 + 3 + 1)
28 = 17 + (5 + 5 + 1)
30 = 23 + (3 + 3 + 1)
32 = 5 + (13 + 13 + 1)
34 = 23 + (5 + 5 + 1)
36 = 29 + (3 + 3 + 1)
38 = 31 + (3 + 3 + 1)
40 = 29 + (5 + 5 + 1)
42 = 37 + (2 + 2 + 1)
44 = 37 + (3 + 3 + 1)
46 = 41 + (2 + 2 + 1)
48 = 41 + (3 + 3 + 1)
50 = 43 + (3 + 3 + 1)
52 = 41 + (5 + 5 + 1)
54 = 43 + (5 + 5 + 1)
56 = 17 + (19 + 19 + 1)
58 = 47 + (5 + 5 + 1)
60 = 53 + (3 + 3 + 1)
62 = 47 + (7 + 7 + 1)
64 = 59 + (2 + 2 + 1)
66 = 61 + (2 + 2 + 1)
68 = 61 + (3 + 3 + 1)
70 = 59 + (5 + 5 + 1)
72 = 67 + (2 + 2 + 1)
74 = 67 + (3 + 3 + 1)
76 = 71 + (2 + 2 + 1)
78 = 73 + (2 + 2 + 1)
80 = 73 + (3 + 3 + 1)
82 = 71 + (5 + 5 + 1)
84 = 79 + (2 + 2 + 1)
86 = 79 + (3 + 3 + 1)
88 = 83 + (2 + 2 + 1)
90 = 83 + (3 + 3 + 1)

92 = 17 + (37 + 37 + 1)
94 = 89 + (2 + 2 + 1)
96 = 89 + (3 + 3 + 1)
98 = 11 + (43 + 43 + 1)
100 = 89 + (5 + 5 + 1)

Come si vede, ***supponendo vera l'Ipotesi B,*** *la Proposizione 12 è indipendente dalla Congettura di Goldbach, cioè esiste almeno un numero pari Npa tale per cui, in Npa = P1 + (2 P2 + 1), il numero (2 P2 + 1) è un numero numero dispari Nd, e non un numero primo.* - CVD

Considerazioni finali

Cosa significa “ridurre” i numeri pari di una certa forma?

Nei discorsi precedenti si è parlato molto di “ridurre” un certo tipo di numeri pari Npa aventi una certa forma, ad es. Npa = 4 P1, ad altri numeri pari Npa aventi un altra forma, come ad es. a Npa = Px + (P1 + P2 + P3). Più rigorosamente parlando cosa significa questa espressione, in larga parte intuitiva?
Quando si parla di “forma”, ovviamente si intende una specifica formula algebricamente intesa, ad es., Npa = 4 P1 è una “forma” diversa da Npa = 2 P1 + 2 P2 perché, da un punto di vista algebrico, si tratta di situazioni differenti fra loro.
Ma cosa significa, più rigorosamente, che una forma, ad es. Npa = 4 P1, viene ridotta ad Npa = Px + (P1 + P2 + P3 + P4)?
Sempre usando l'esempio di cui sopra, vuol dire che, se si prende un determinato numero pari del tipo Npa = 4 P1, nell'Insime G2 si trova sempre almeno una forma alternativa per lo stesso numero pari fra Npa = P1 + P2 + P3 + P4 oppure Npa = 2 P1 + P2 + P3. Spiegazione abbastanza soddisfacente, ma che può essere migliorata ed ancorata ad una già nota operazione insiemistica specifica, cioè l'operazione di differenza insiemistica.
In sostanza, possiamo intendere l'Insieme G2 composto dall'unione (insiemisticamente intesa) di sottoinsiemi ciascuno contenente tutti gli infiniti elementi per ciascuna forma possibile in cui, esprimendo in maniera distinta tutti i numeri primi coinvolti, è possibile intendere un numero pari come somma di quattro numeri numeri primi. Ne consegue che possiamo elencare i seguenti sottoinsiemi che costituiscono l'Insieme G2:

Npa = 4 P1, cioè tutti gli elementi di G2 che hanno forma 4 P1, che chiameremo G2(A);
Npa = 2 P1 + 2 P2, cioè tutti gli elementi di G2 che hanno forma 2 P1 + 2 P2, che chiameremo G2(B);
Npa = 3 P1 + P2, cioè tutti gli elementi di G2 che hanno forma 3 P1 + P2, che chiameremo G2(C);
Npa = P1 + P2 + P3 + P4, cioè tutti gli elementi di G2 che hanno forma P1 + P2 + P3 + P4, che chiameremo G2(D);
Npa = 2 P1 + P2 + P3, cioè tutti gli elementi di G2 che hanno forma 2 P1 + P2 + P3, che chiameremo G2(E);
In teoria, considerando l'economia generale del discorso, bisognerebbe aggiungere un sottoinsieme particolare, cioè quello composta dai numeri Npa = Px + Py + Pz + 3, ma per semplicità lo si considera come a vario titolo disperso in quelli precedentemente elencati (sul perché di ciò, se ne parlerà dopo).

Se si usa l'operazione di unione insiemistica con questi 5 sottoinsiemi, si ottiene l'Insieme G2, e cioè

$$G2 = G2(A) + G2(B) + G2(C) + G2(D) + G2(E)$$

In questo senso, l'operazione di “riduzione”, di cui tante volte si è parlato, altro non consiste che nell'applicare l'operazione di differenza insiemistica all'Insieme G2, così definito.
Questo peraltro è l'unico modo per poter rendere plausibile una delle proposizioni dimostrate in “*Sulle eccezioni alla Congettura di Goldbach II*”, dove si afferma che ogni elemento dell'Insieme G2 ha come elemento necessario ma non sufficiente un elemento dell'Insieme G1 del tipo (P1 + P2): come si vede, a rigore questa proposizione sarebbe falsa. L'insieme G2 contiene anche elementi del tipo 4 P1, che chiaramente falsificano questa affermazione: essa è vera solamente se l'Insieme G2 viene ristrutturato a colpi di differenza insiemistica ogni volta che si fa una riduzione (ed infatti, a queste condizioni, la proposizione è vera).

Esattamente, di cosa è composto l'Insieme G2?

Probabilmente il gentile lettore avrà notato più volte gli alquanto divertenti giri di parole del sottoscritto quando parla dell'Insieme G2: più volte, anche col Team di Dimostriamogoldbach!, la questione è emersa, e merita di soffermarcisi sopra.
Si guardi quando si è detto sopra, ad es.: “Npa = 4 P1, cioè tutti gli elementi dell'Insieme G2 che hanno forma 4 P1”. Esattamente, di cosa è composto l'Insieme G2? A leggere espressioni come queste, peraltro abbastanza comuni in questi scritti, la domanda sorge spontanea: e la risposta è che, un po' controintuitivamente, in sostanza l'Insieme G2 non è fatto da numeri pari. In realtà, più o meno surrettiziamente, si usa l'insieme dei numeri pari uguali o superiori a 8, oppure a 12 (a seconda dei casi, se ne è già parlato), per dare un ancoramento numerico agli elementi dell'Insieme G2, o per meglio dire, ai vari e diversi elementi dell'Insieme G2 che sono uguali ad un medesimo numero pari.
Che effettivamente l'aspetto propriamente numerico sia stato messo in secondo piano, si può vedere da un caso simile:

28 = (7 + 7) + (11 + 3), e naturalmente (7 + 7) = (11 + 3) = 14.

Oppure si pensi a quest'altro esempio

20 = (5 + 5) + (5 + 5);
20 = (5 + 5) + (7 + 3), e naturalmente (5 + 5) = (7 + 3) = 10.

Molto probabilmente, questo è il risultato in parte involontario di come il sottoscritto ha impostato il discorso: in poche parole, l'aspetto algebrico ha sopravanzato quello pienamente numerico.
L'unica spiegazione per cui casi come 20 = (5 + 5) + (5 + 5), cioè 20 = 4 P1, e 20 = (5 + 5) + (7 + 3), cioè 20 = 2 P1 + P2 + P3 possono essere elementi distinti e diversi nell'Insieme G2, è che, in realtà, l'Insieme G2 sia composto dal modo in cui si possono sommare fra loro quattro numeri primi. Da un punto di vista algebrico, c'è molta differenza, ad es., se si sommano fra loro due numeri primi uguali (P1 + P1 = 2 P1), oppure due numeri primi differenti (P1 + P2): purtroppo, molto spesso a livello numerico questa sottigliezza algebrica è inesistente. Questo è ben noto già nell'Insieme G1: basti pensare a 7 + 7 = 14, e 11 + 3 = 14, che, sebbene si tratti di operazioni algebricamente differenti, non danno luogo ad una vera e propria differenza numerica, e nell'Insieme G2, come abbiamo visto le cose sono solo maggiormente amplificate (l'esempio col numero 20 rende abbastanza chiaro del livello che questa situazione può raggiungere).
Ovviamente, almeno per come il sottoscritto ha impostato il discorso, c'è poco da fare: per quanto alle volte aiuti, e per quanto altre volte non lo faccia, questo tipo di approccio all'Insieme G2 fa da fondamento a come il sottoscritto sta sviluppando il discorso.
In questo senso, ammettendo che l'aspetto algebrico abbia almeno in parte preso il sopravvento, si spiega come mai il Sottoinsieme dell'Insieme G2 composto dai numeri Npa = Px + Py + Pz + 3 sia poco tematizzato, nonostante sia molto importante, in parte per evidenti difficoltà esplicative (si è cercato di contenere il livello di astrusità nei ragionamenti), ed in parte perché la sua natura ibrida lo rende difficilmente trattabile in un ottica come quella adottata dal sottoscritto.

Il *Team di Dimostriamogoldbach!* ha gentilmente offerto una formalizzazione più esatta dell'Insieme G2, per chi ne avesse o sentisse il bisogno:

“Possiamo definire l'insieme G2'(i), per un intero pari i >= 8, come l'insieme di tutti gli insiemi di quattro numeri primi {p1, p2, p3, p4} tali che p1 + p2 + p3 + p4 = i.
Ad esempio:

G2'(8) = {{2, 2, 2, 2}}

G2'(10) = {{2, 2, 3, 3}}
G2'(12) = {{2, 2, 3, 5}, {3, 3, 3, 3}}
G2'(14) = {{2, 2, 5, 5}, {2, 2, 3, 7}, {3, 3, 3, 5}}
G2'(16) = {{2, 2, 5, 7}, {3, 3, 3, 7}, {3, 3, 5, 5}}
e così via.

Per H. Helfgott, G2'(i) non è vuoto, per ogni i.
Nota che, siccome gli elementi di G2'(i) sono degli insiemi, gli elementi non hanno un ordine particolare, ad esempio in G2'(12): {2, 2, 3, 5} = {2, 2, 5, 3}.
Ora possiamo definire G2(i) come l'insieme dei possibili insiemi del tipo {{p1, p2}, {p3, p4}} tali che {p1, p2, p3, p4} appartiene a G2'(i), p1 + p2 è pari e p3 + p4 è pari.
Ad esempio:

G2(8) = { ({2, 2}, {2, 2}) }
G2(10) = { {{2, 2}, {3, 3}} }
G2(12) = { {{2, 2}, {3, 5}}, {{3, 3}, {3, 3}} }
G2(14) = { {{2, 2}, {5, 5}}, {{2, 2}, {3, 7}}, {{3, 3}, {3, 5}} }
G2(16) = { {{2, 2}, {5, 7}}, {{3, 3}, {3, 7}}, {{3, 3}, {5, 5}}, {{3, 5}, {3, 5}} } (nota che questo ha un elemento in più rispetto a G2'(16))
e così via.

L'elemento {{p1, p2}, {p3, p4}} può essere rappresentato, volendo, come (p1 + p2) + (p3 + p4); la notazione insiemistica però è più precisa e consente di eliminare le somme ottenute sia attraverso lo scambio di (p1+ p2) con (p3 + p4), sia attraverso lo scambio di p1 con p2 e di p3 con p4.
In questo modo, ad esempio, l'affermazione "12 = 2P1 + (Px + Py)" diventerebbe: "esistono Px e Py tali che {{P1, P1}, {Px, Py}} appartiene a G2(12)" oppure "G2(12) contiene un elemento del tipo {{P1, P1}, {Px, Py}}". Può sembrare più complesso, ma questa formalizzazione può aiutare a chiarire alcuni concetti che diversamente potrebbero risultare ambigui.
Infine, naturalmente, l'insieme "totale" G2 è definibile come l'unione di tutti gli insiemi G2(i) per ogni i pari >= 8.”